



Математическая модель системы с выбором на обслуживание



ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ

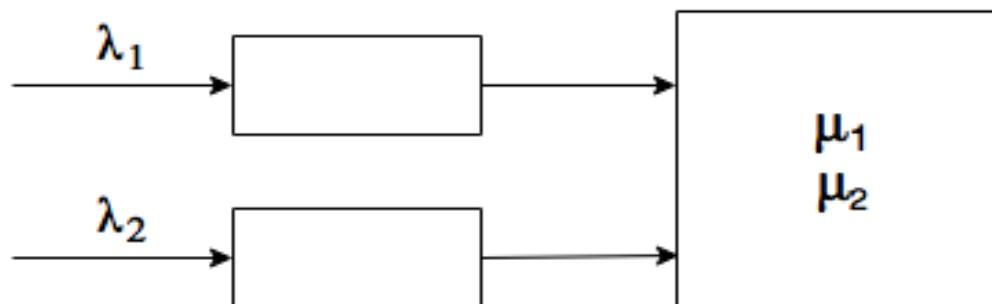
Цель – обосновать теоретически и продемонстрировать практически функциональные возможности и применение теории систем массового обслуживания

Задачи:

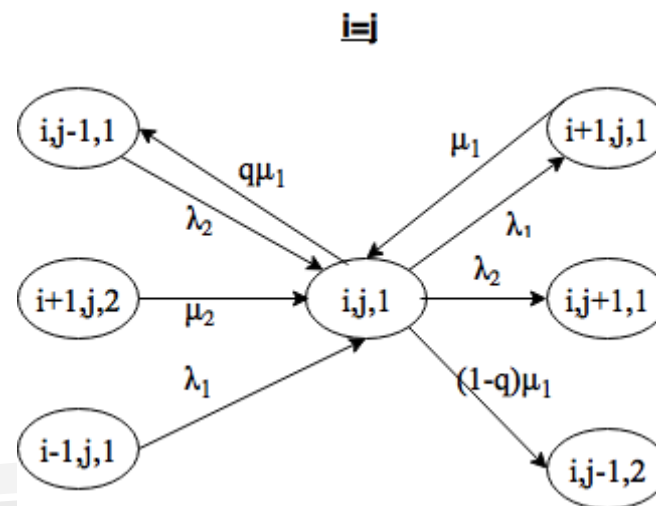
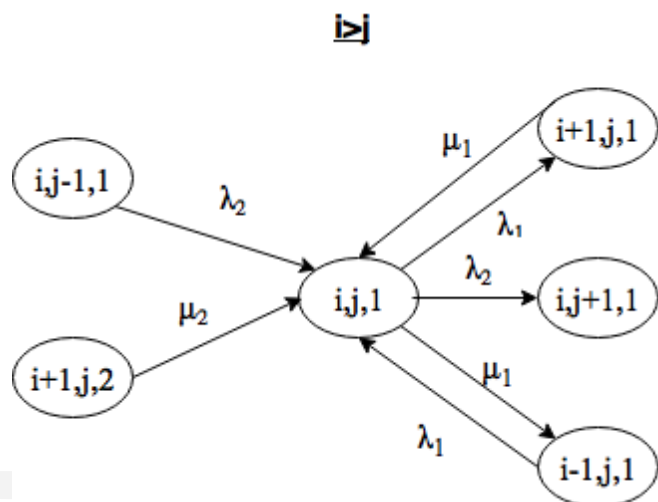
1. Охарактеризовать основное содержание теории массового обслуживания, выделить в ней место систем массового обслуживания,
2. Описать основные характеристики систем массового обслуживания, а также критерии эффективности их использования,
3. На практическом примере провести соответствующие расчеты и показать эффективность системы массового обслуживания.

Одноканальная система поллинга с двумя потоками заявок

Схема СМО



Фрагмент графа состояний системы





Основные стационарные характеристики системы.

$$Q_1 = \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot \sum_{j=1}^{\infty} (p_{ij}^{(1)} + p_{ij}^{(2)})$$

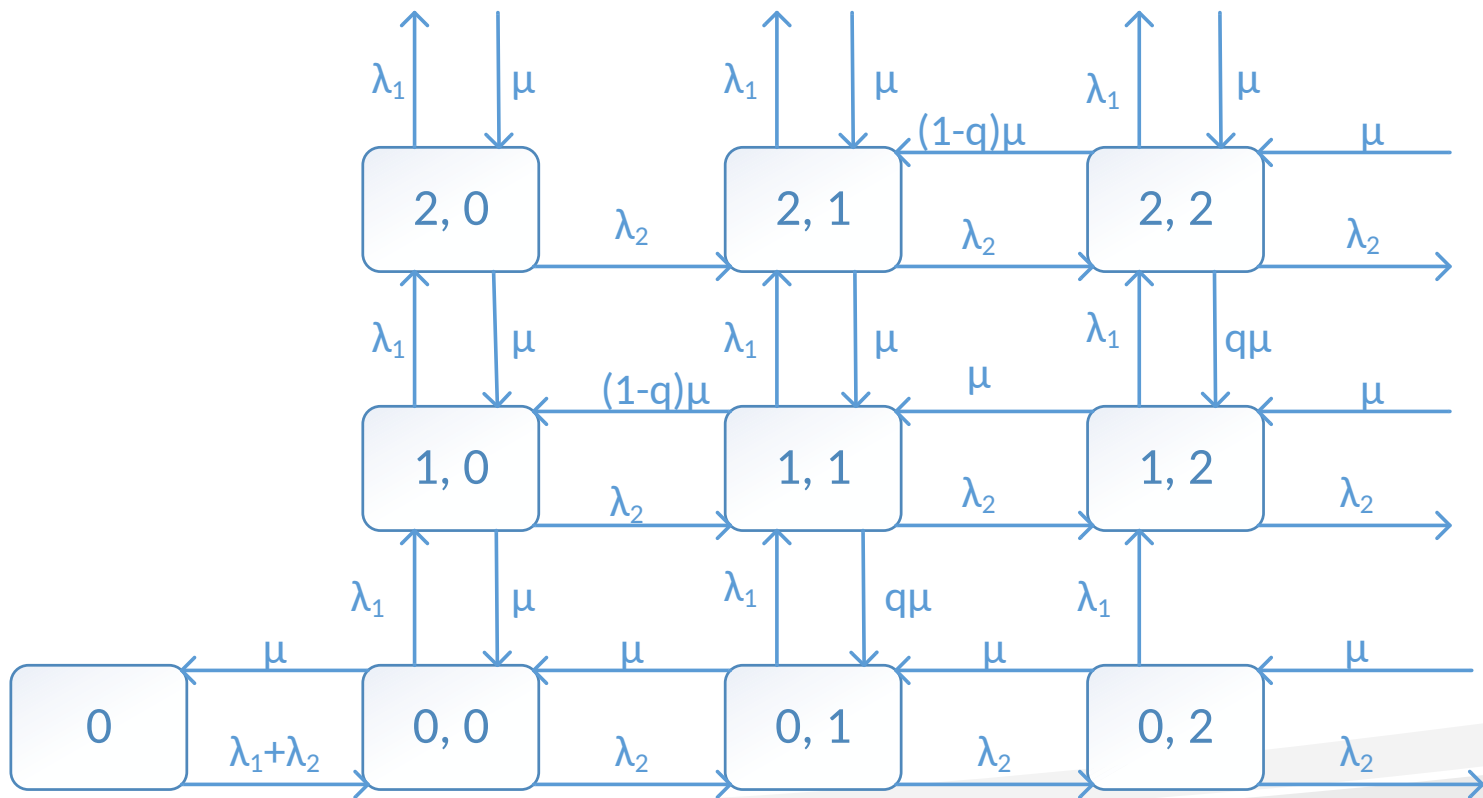
$$Q_2 = \sum_{j=1}^{\infty} j \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (p_{ij}^{(1)} + p_{ij}^{(2)})$$



Частные случаи

- 1) Частный случай системы с совпадающими интенсивностями входящих потоков
- 2) Частный случай системы с совпадающими интенсивностями обслуживания
- 3) Частный случай системы с совпадающими интенсивностями входящих потоков и интенсивностями обслуживания

Граф состояний системы



Расчет характеристик простой системы с двумя ограниченными очередями

Система с бесконечной очередью $\lambda_1=2$, $\lambda_2=4$, $\mu=10$, $\eta=0,3$

$$\rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu} = 0,6 < 1$$

Функция числа заявок в системе
равна:

$$G_1(z) = \frac{2}{5 - 3z}$$

Среднее число заявок в
системе

$$Q_{\text{сист}} = 1,5$$

Производящая функция числа заявок в накопителе
равна:

$$G_2(z) = 0,64 + \frac{16z}{25 - 15z}$$

Среднее число заявок в
накопителе

$$Q_{\text{оч}} = 0,9$$

$$W_{\text{оч}} = \frac{Q_{\text{оч}}}{\lambda_1 + \lambda_2} = 0,15$$

$$W_{\text{сист}} = \frac{Q_{\text{сист}}}{\lambda_1 + \lambda_2} = 0,25$$

Расчет характеристик простой системы с двумя ограниченными очередями

Система с бесконечной очередью $\lambda_1=1$, $\lambda_2=3$, $\mu=5$, $\eta=0,2$

$$\rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu} = 0,8 < 1$$

Функция числа заявок в системе
равна:

$$G_1(z) = \frac{1}{5 - 4z}$$

Среднее число заявок в
системе

$$Q_{\text{сист}} = 4$$

Производящая функция числа заявок в накопителе
равна:

$$G_2(z) = 0,36 + \frac{16z}{125 - 100z}$$

Среднее число заявок в
накопителе

$$Q_{\text{оч}} = 3,2$$

$$W_{\text{оч}} = \frac{Q_{\text{оч}}}{\lambda_1 + \lambda_2} = 0,8$$

$$W_{\text{сист}} = \frac{Q_{\text{сист}}}{\lambda_1 + \lambda_2} = 1$$

Расчет характеристик простой системы с двумя ограниченными очередями

Система с бесконечной очередью $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 12$, $\mu = 25$, $q = 0,4$

$$\rho = \frac{2\lambda}{\mu} = 0,96 < 1$$

Функция числа заявок в системе
равна:

$$G_1(z) = \frac{1}{25 - 24z}$$

Среднее число заявок в
системе

$$Q_{\text{сист}} = 24$$

Производящая функция числа заявок в накопителе
равна:

$$G_2(z) = 0,0784 + \frac{576z}{15625 - 15000z}$$

Среднее число заявок в
накопителе

$$Q_{\text{оч}} = 23,04$$

$$W_{\text{оч}} = \frac{Q_{\text{оч}}}{2\lambda} = 0,96$$

$$W_{\text{сист}} = \frac{Q_{\text{сист}}}{2\lambda} = 1$$



Выводы

- Теорию массового обслуживания следует рассматривать как раздел прикладной математики, изучающей процессы, связанные с удовлетворением массового спроса на выполнение какого-либо вида услуг с учетом случайного характера спроса и обслуживания.
- Каждая система массового обслуживания (СМО) может быть представлена в виде определенного числа обслуживающих единиц, которые называются каналами обслуживания (термин взят из телефонных сетей, применительно к которым начала развиваться теория массового обслуживания).
- Функционирование любой СМО заключается в обслуживании поступающего в нее потока заявок или требований. Заявки обычно поступают нерегулярно, образуя случайный поток заявок (требований). На обслуживание заявки также необходимо определенное время. Случайный характер потока заявок и времени обслуживания приводит к неравномерной загрузке СМО.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!