

**Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»**

Лицей

ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

на тему:

**«Математические задачи, содержащие инвариант, и
пути их решения»**

Выполнил:

фио

Научный руководитель:

фио

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ РАБОТЫ

Цель – изучение свойства инвариантности и осмысление основных путей решения задач, содержащих инварианты.

Задачи:

- 1.определить понятие «инвариантность»;
- 2.изучить олимпиадные задачи, содержащие инвариант, и методы их решения;
- 3.рассмотреть использование инварианта при решении задач с параметрами;
- 4.исследовать уровень компетентности обучающихся в применении инвариантов.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Пусть на доске написано число 500. За один ход можно или увеличить его на 15, или уменьшить на 3. Можно ли таким образом получить 1000?

Очень часто в задачах такого типа следует доказать невозможность существования решения — это может помочь найти его, если решение всё-таки существует. В этой задаче инвариантом будет являться остаток от деления на 3, ведь при изменении исходного числа 500 на 3 или 15 этот остаток не изменится ($3 \div 3 = 1$; $15 \div 3 = 5$). Однако остаток от деления 500 на 3 равен 2, а остаток от деления 1000 на 3 равен 1. Следовательно, нельзя в ходе данных преобразований из числа 500 получить число 1000

Инвариантность при решении задач с параметром

При решении задач можно рассматривать следующие инварианты:

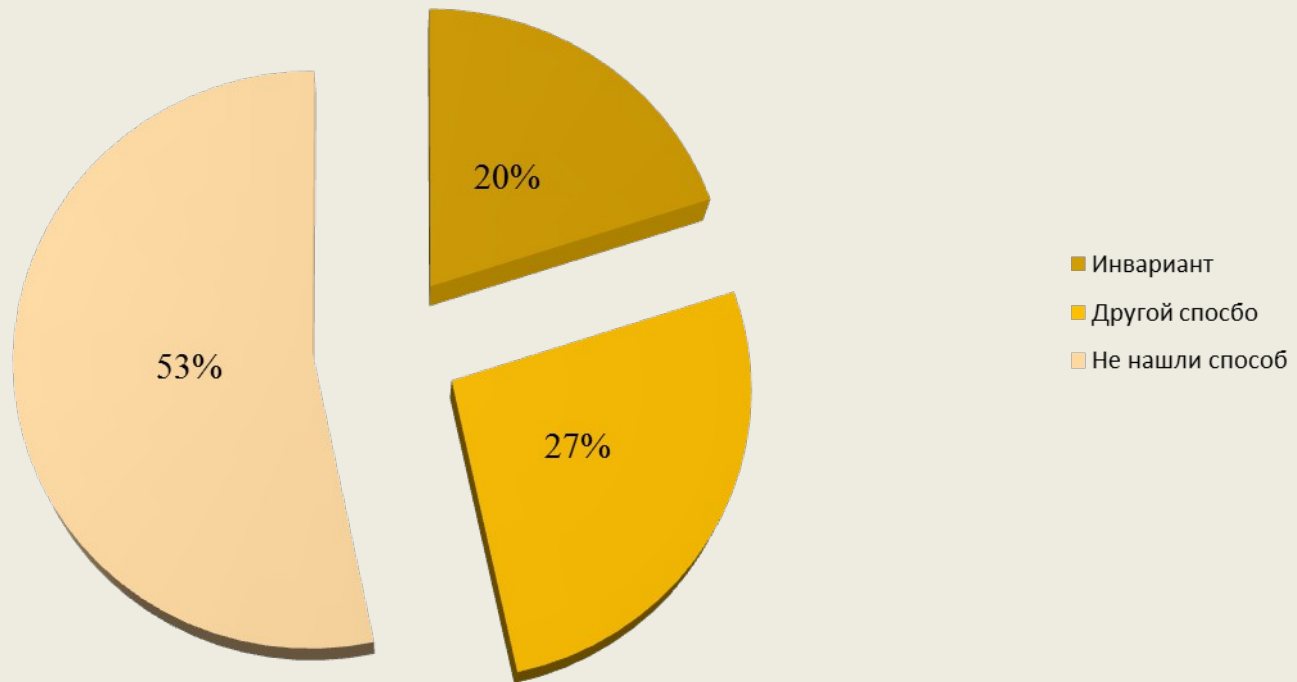
- 1.«симметрия относительно знака переменной» (условие задачи не изменится, если заменить знак одной или нескольких переменных противоположным).
2. «симметрия относительно перестановки переменных» (условие задачи не изменится при перестановке переменных, либо при замене переменной на некоторое выражение с переменной).

Алгоритм решения задач с параметрами с помощью инварианта:

- 1) проверить на инвариантность данное уравнение, неравенство, систему уравнений (неравенств);
- 2) установить, какое число может быть единственным решением;
- 3) подставить его в исходное уравнение, неравенство, систему уравнений (неравенств) и найти соответствующие значения параметра;
- 4) проверкой убедиться, что найденные значения параметра удовлетворяют условию задачи;
- 5) записать ответ

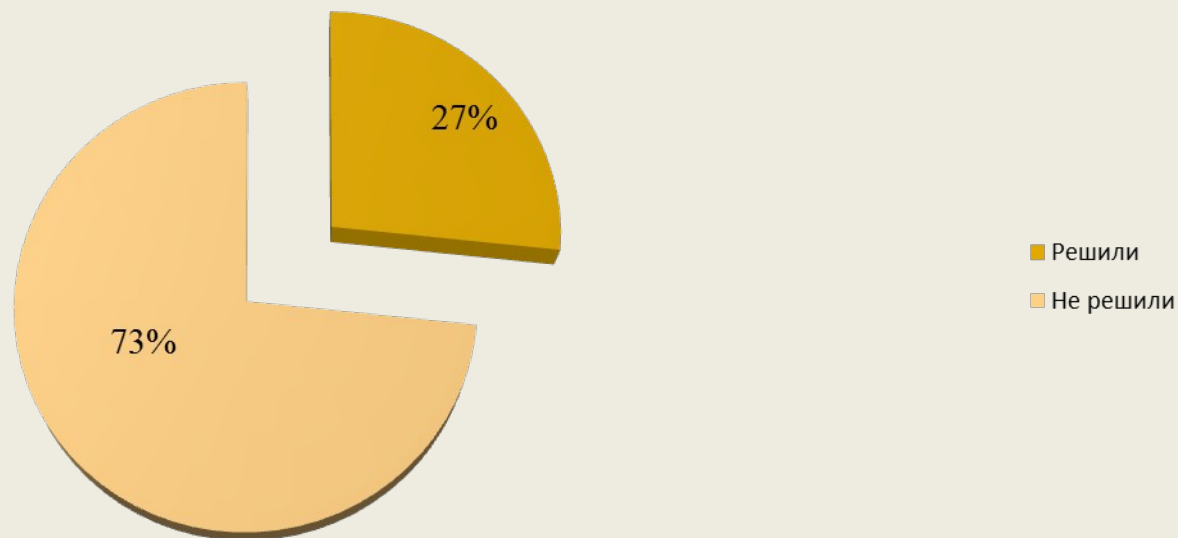
Использованные способы решения задач

Использованные способы

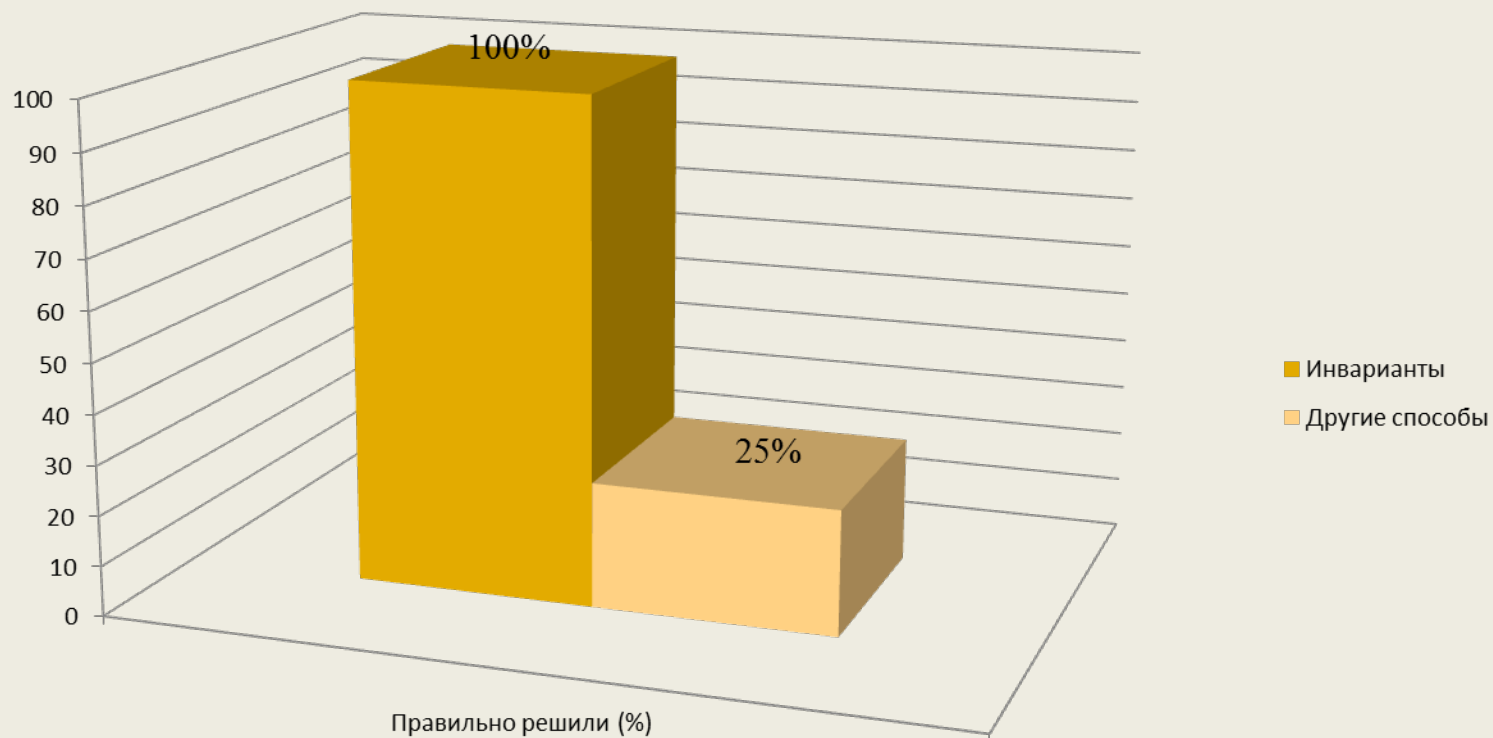


Количество лицестов, которые правильно решили предложенную им задачу

Количество лицестов, которые правильно решили предложенную им задачу



Доля правильно решенных задач с помощью инварианта



Повторное исследование (контрольный эксперимент)



Использованные способы решения задач

Повторное исследование (контрольный эксперимент)



Количество лицеев, которые правильно решили предложенную им задачу

Количество лицеистов, которые правильно решили предложенную им задачу

- сократилось время решения задач;
- были найдены рациональные пути решения, практически исключая ошибку;
- открываются пути решения задач олимпиадного уровня.

«Математические задачи, содержащие инвариант, и пути их решения»

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!