

Институт математики и информатики

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

на тему:

**«Методы решения планиметрических и основы
решения стереометрических задач в школьном
курсе геометрии»**

Выполнил:

Научный руководитель:

Цель и задачи

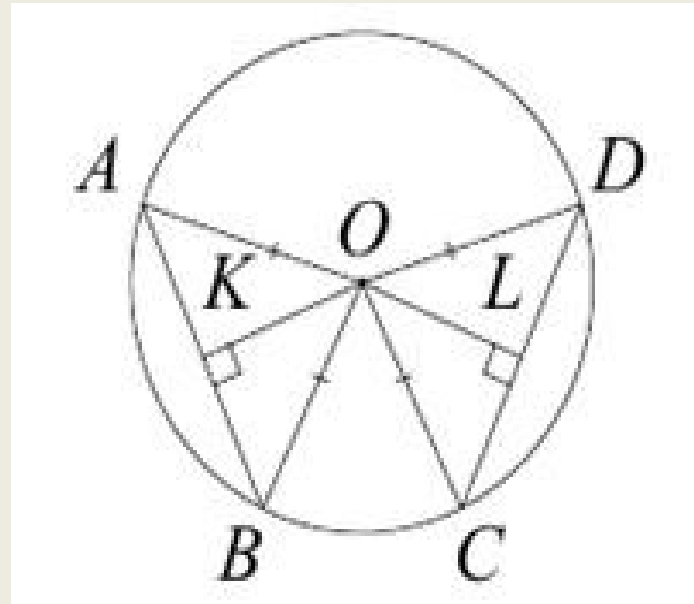
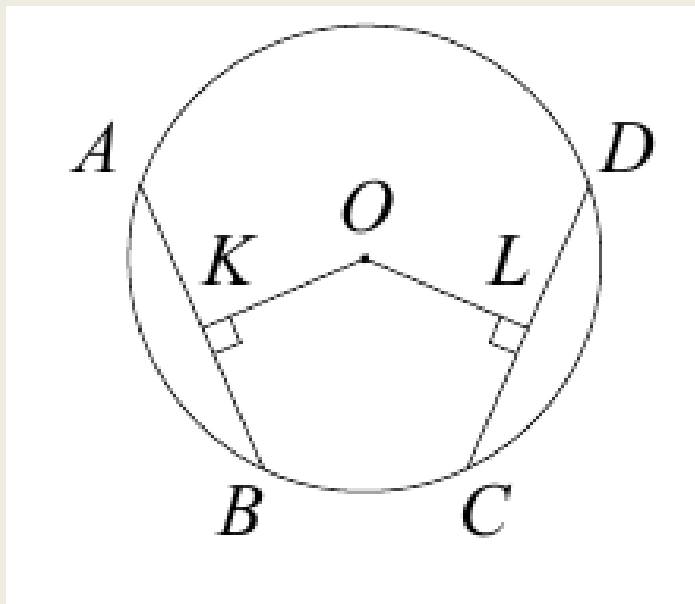
Цель - изучить и систематизировать различные методы решения планиметрических задач; на примере задач из учебников Атанасяна Л.С., Погорелова А.В. и Александрова А.Д. продемонстрировать преимущества решения задач различными методами; проанализировать наиболее эффективные методы решения стереометрических задач в школьном курсе геометрии.

Задачи:

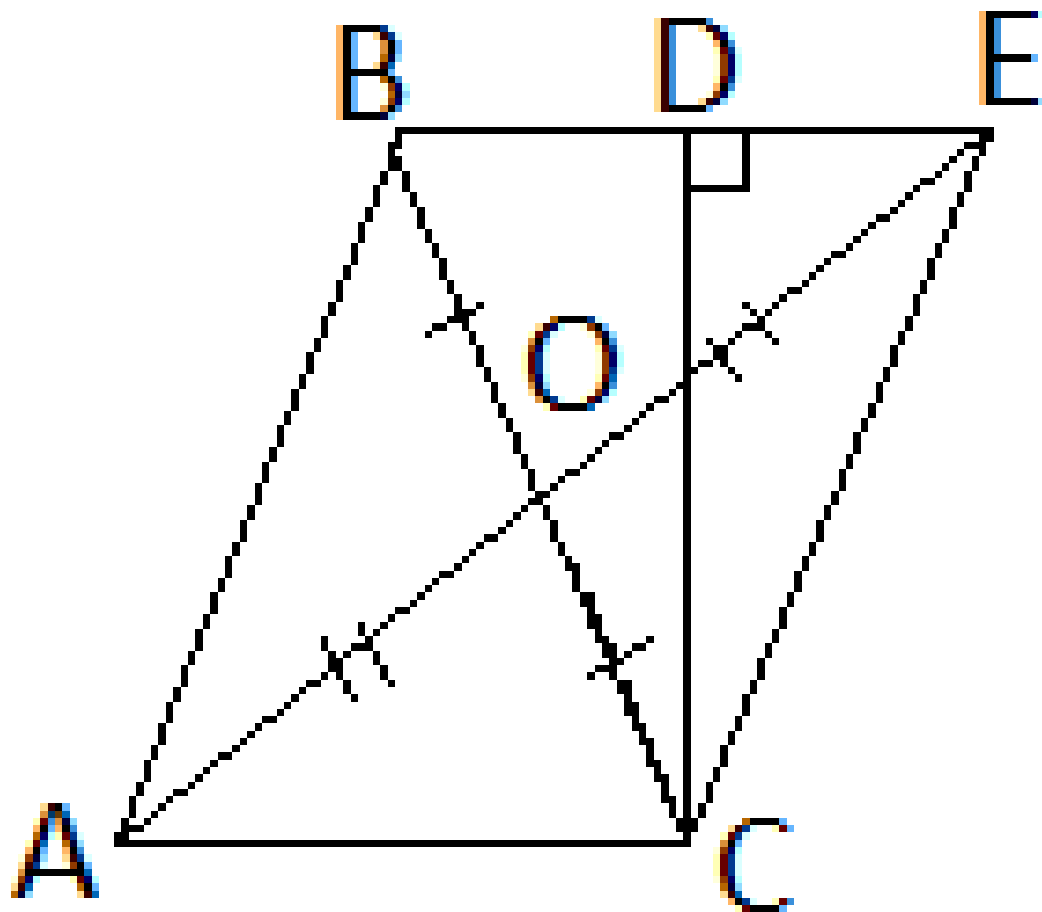
1. проанализировать действующие учебники 7-10 классов, методическую, педагогическую и психологическую литературу по теме выпускной квалификационной работы;
2. познакомиться с многообразием решений планиметрических задач. Узнать какой из методов чаще всего используют ученики 8 - 10 классов.
3. выявить и проанализировать психологические особенности изучения стереометрии в школе;
4. проанализировать различные подходы к методологии решения стереометрических задач;
5. проанализировать проблемные методы решения стереометрических задач;
6. разработать урок по решению стереометрических задач.

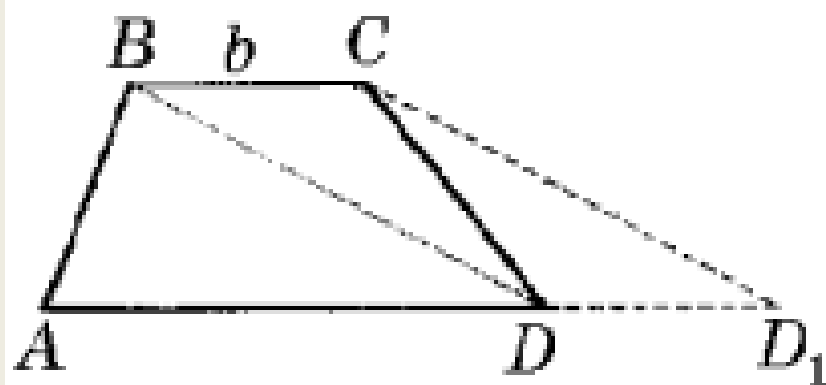
1. Формирование навыка решения стереометрических задач – это процесс, который опирается, прежде всего, на целостное математическое мышление, включающее пространственные мыслительные процессы в качестве компонентов. Математическое мышление необходимо при решении стереометрических задач, однако оно одновременно развивается в процессе их решения.
2. Среди всех подходов, способствующих развитию математического мышления, особо выделен проблемно-развивающий подход, который связан в системе решения стереометрических задач с проектным и метапредметным подходами.

Пример задачи, представленной в ГИА, которая решается с помощью дополнительного построения

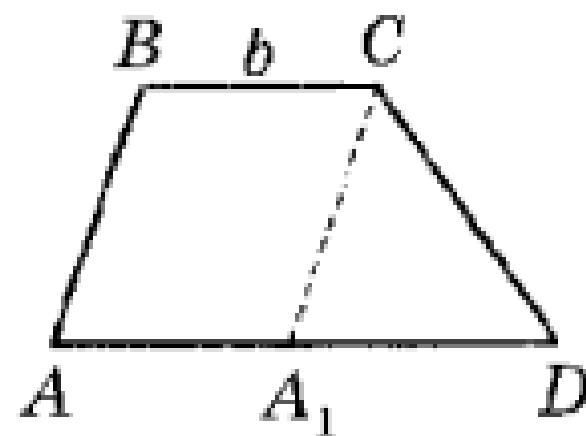


В окружности с центром O проведены две равные хорды AB и CD . На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL соответственно. Докажите, что OK и OL равны. Решая задачу, мы проведём радиусы OA , OB , OC , OD . Треугольники AOB и COD равны по трём сторонам. OK и OL -- их высоты, проведённые к равным сторонам, следовательно, они равны как соответственные элементы равных треугольников. Если в треугольнике задана медиана, то треугольник достраивается до параллелограмма с центром в основании этой медианы.

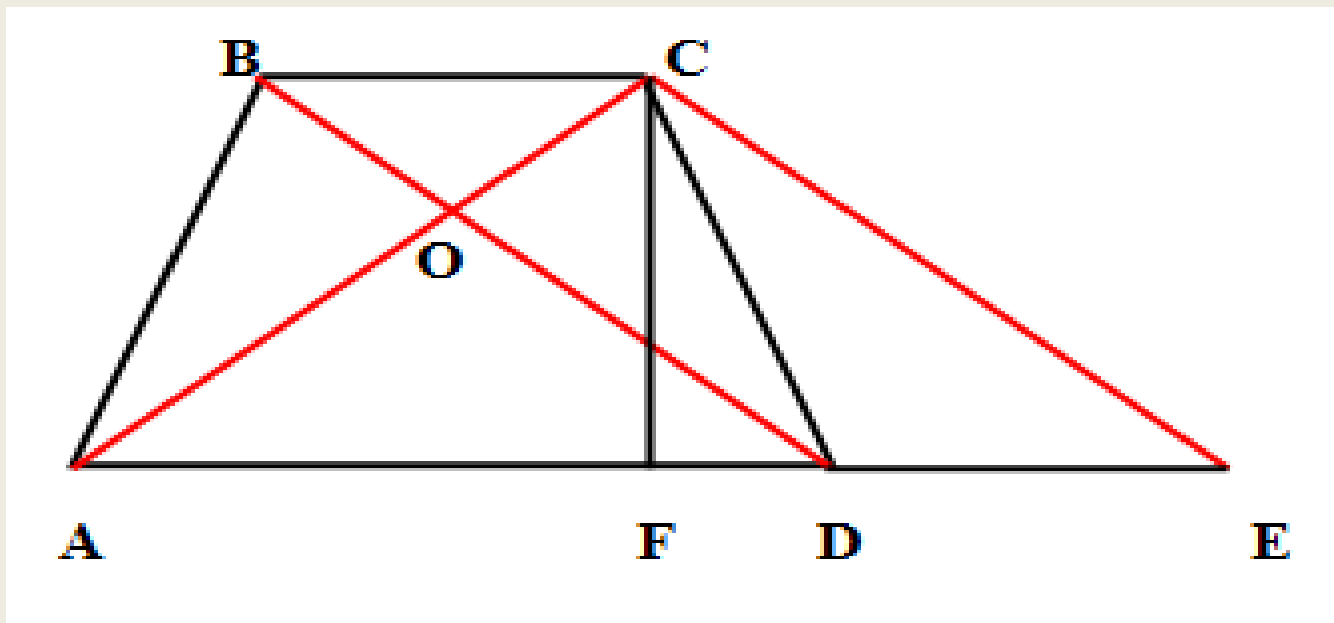




a)



б)



1. Дополнительное построение: строим $BE \parallel CF$
2. равнобедренный (т. к. $BC \parallel FE, CF \perp FE, CF = FE$)
3. прямоугольный (т. к. $\angle CFE = 90^\circ$)
4. Проводим высоту CF - она является медианой и биссектрисой

$$CF = 2CF = 2h$$

$$S_{\text{тр}} = \frac{1}{2}(BC + AD) \cdot h$$

$$BC + AD = CF \quad (\text{т.к. } BCFE - \text{параллелограмм}) \quad CF = CF$$

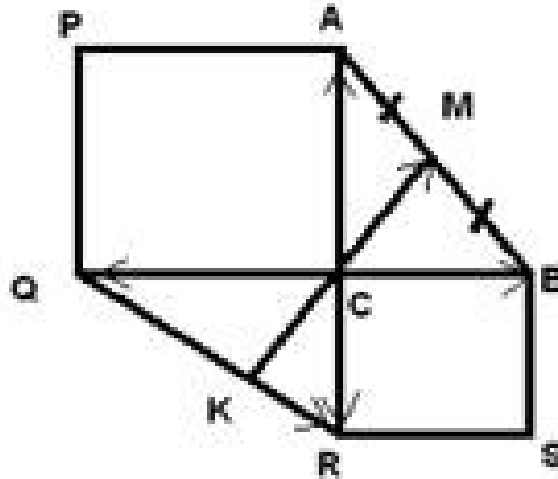
$$\frac{1}{2} AE \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot 2h \cdot h = h^2$$

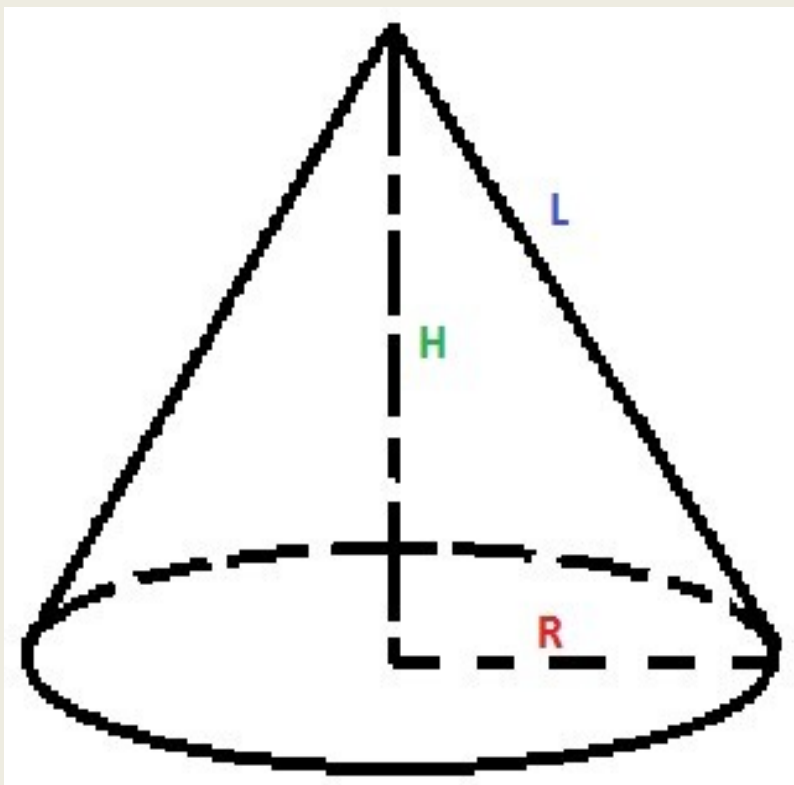
$$S_{\text{тр}} = h^2$$

Ответ: h^2

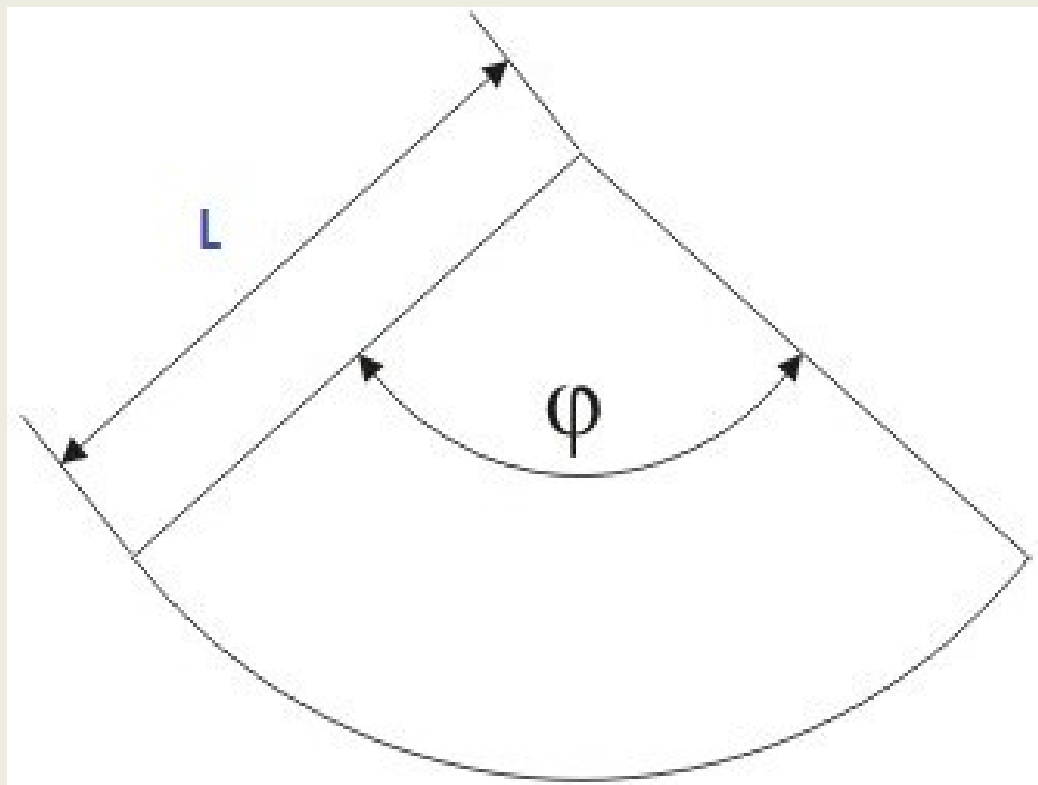
Задача

На катетах прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C построены квадраты $ACQP$ и $BCRS$. Точка M — середина гипотенузы AB . Доказать, что отрезки CM и QR перпендикулярны.





Актуализирующий рисунок к уроку



Рисунок, полученный обучающимися в ходе разрешения проблемной ситуации

Проблемная задача о нахождении образующей прямого круглого конуса

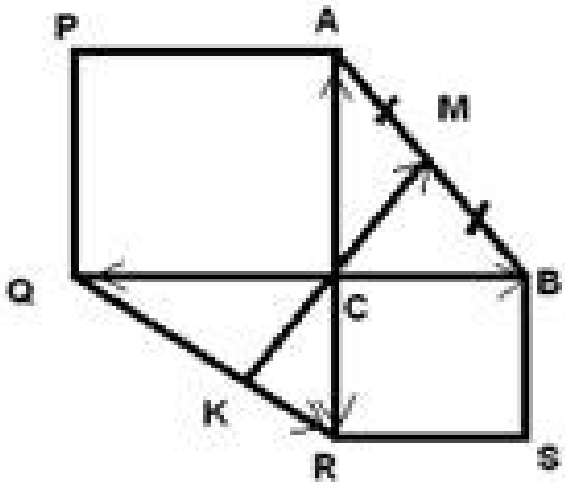
Высота прямого круглого конуса равна H , радиус основания прямого круглого конуса равен R . Найти образующую L прямого круглого конуса.

Обучающиеся записывают условие и вопрос задачи.

Речь учителя: что нужно рассмотреть для решения данной задачи?

Ответы обучающихся: прямоугольный треугольник, образованный высотой, радиусом основания и образующей.

Обучающиеся делают рисунок:

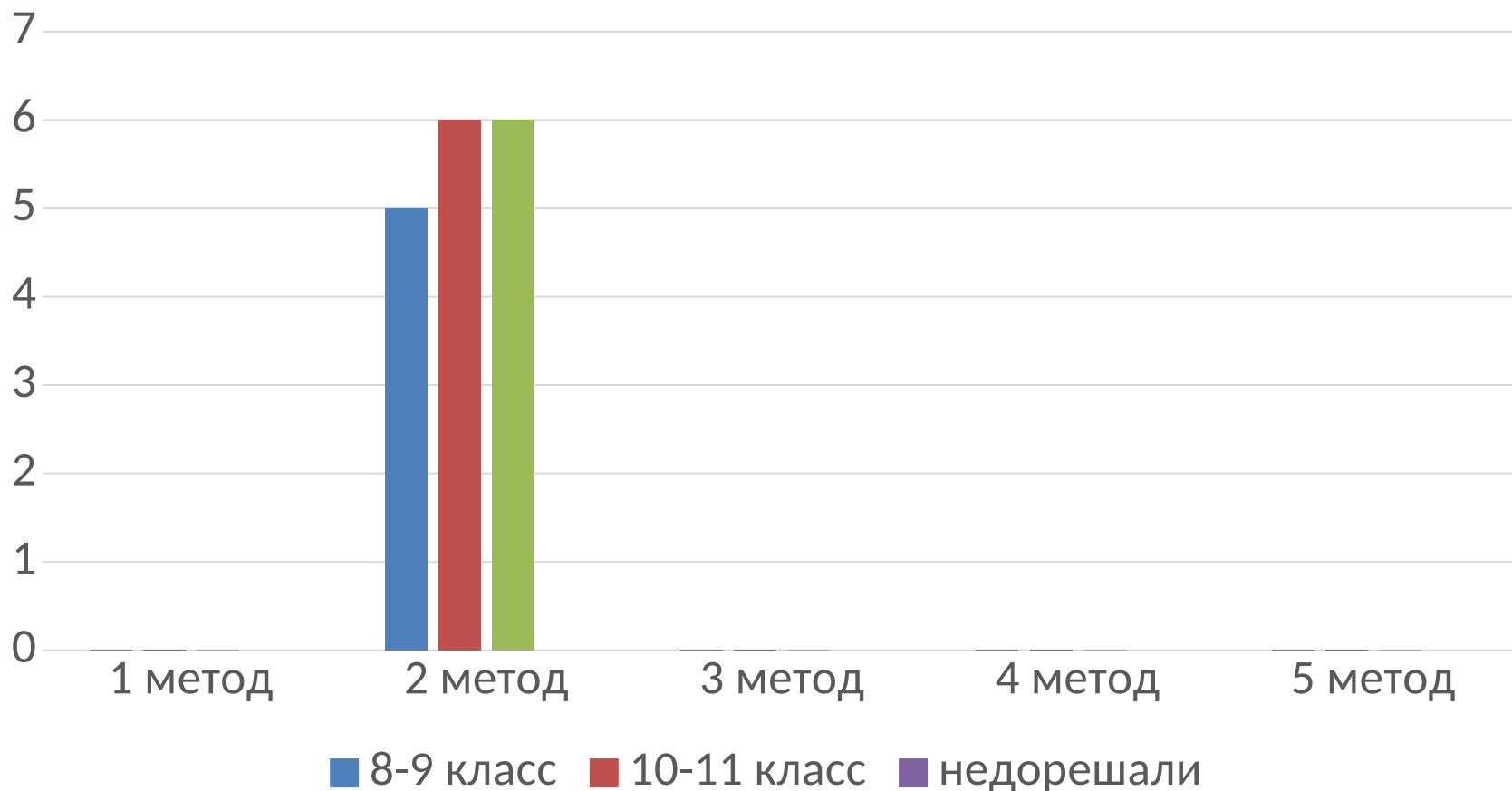


Речь учителя: какой теоремой воспользуемся?

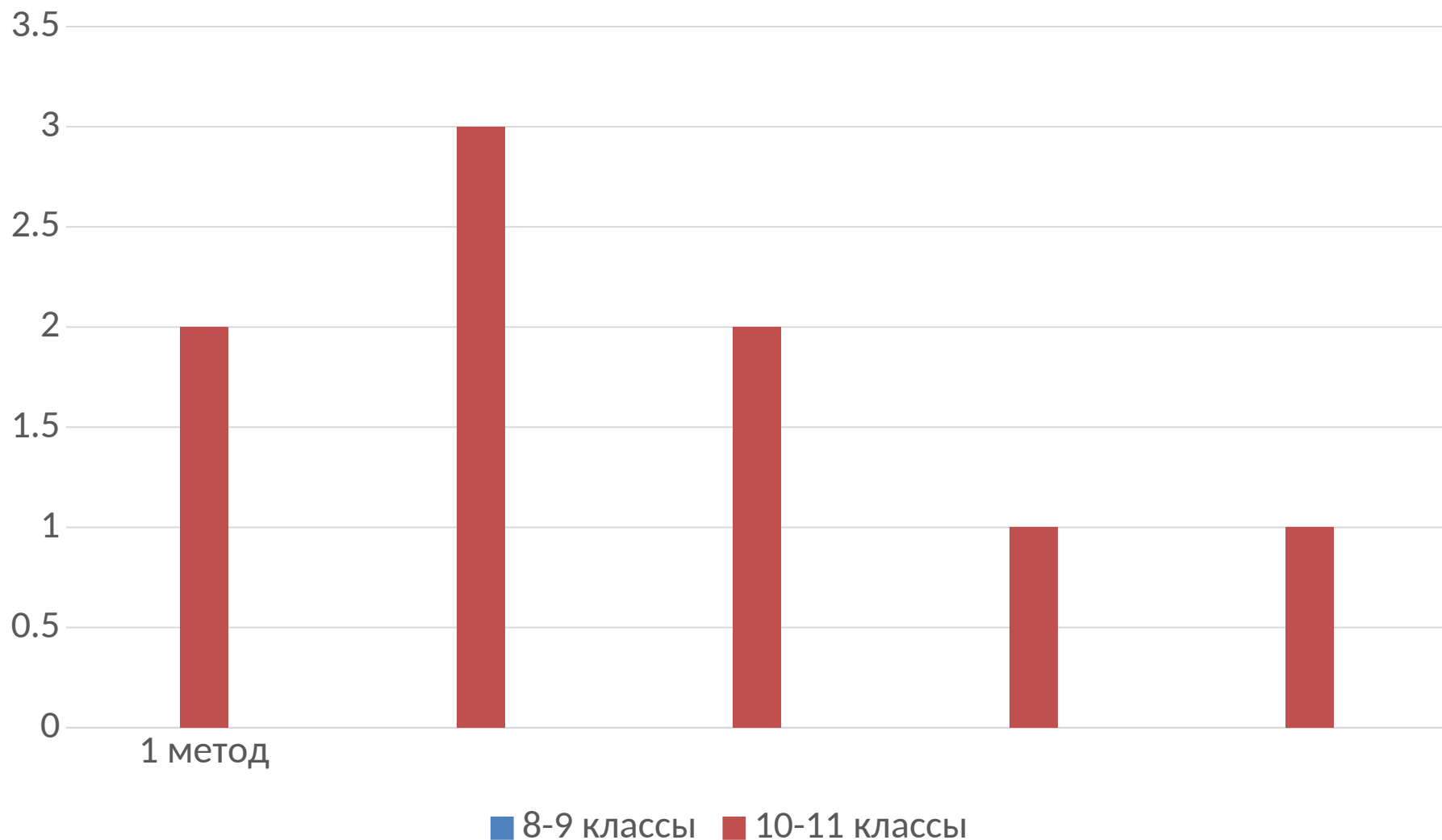
Ответы обучающихся: теоремой Пифагора.

Решая задачу, обучающиеся самостоятельно приходят к выводу о том, что образующая прямого круглого конуса $L = \sqrt{H^2 + R^2}$.

Методы решения, используемые учениками 8-11 классов (до консультации)



Методы решения, используемые учениками 8-11 классов (после консультации)



Заключение

В исследовании проанализированы наиболее эффективные методы решения стереометрических задач в школьном курсе геометрии. К таким методам относятся методы проблемно-развивающего обучения. При реализации таких методов учитель выступает в качестве наставника, под руководством которого осуществляется решение, он не дает готовых алгоритмов и формул.

Для обоснования эффективности проблемных методов решения стереометрических задач были выявлены проблемные методы решения таких задач, проанализированы различные подходы к методологии их решения. Стереометрические задачи решаются путем подключения целостного математического мышления, которое обязательно включает пространственные мыслительные процессы. Кроме того, решение стереометрических задач предполагает развитие мыслительной деятельности в целом. Поэтому актуален проблемно-развивающий подход.

При таком подходе к решению стереометрических задач обучающиеся самостоятельно выводят формулы, формируют рисунки к задаче, создают опоры. Учитель может задавать проблемные вопросы – и тогда проблемное обучение становится диалоговым. Однако не следует превращать весь урок по решению стереометрических задач в диалог; необходимо также использовать поисковые методы.

БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!